

Hong Kong Mathematics Olympiad (2020/21)

Individual Paper 2

香港數學競賽 (2020/21)

個人項目卷二

Unless otherwise stated, all answers should be given in exact numerals in their simplest form.
No approximation is accepted.

The diagrams are not necessarily drawn to scale.

除特別指明外，所有答案須以數字的真確值表達，並化至最簡。

不接受近似值。

所有附圖不一定依比例繪成。

Part A

甲部

1. In Figure 1, $ABCD$ is a square of sides 6 units. F is the mid-point of CD . If $\angle FAB = \angle AFE$, find the length of BE .

在圖一中， $ABCD$ 是一個邊長為 6 的正方形。 F 是 CD 的中點。若 $\angle FAB = \angle AFE$ ，求 BE 的長度。

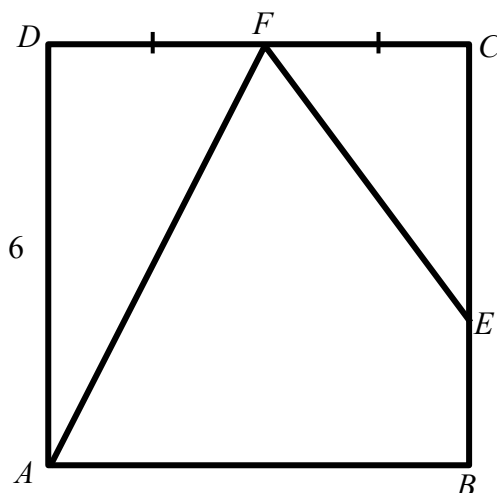


Figure 1

圖一

2. Let $S = 2011^n + 2012^n + 2013^n + 2014^n + 2015^n + 2016^n + 2017^n + 2018^n + 2019^n$, where n is a positive integer. If S is not divisible by 5, find the unit digit of S .

設 $S = 2011^n + 2012^n + 2013^n + 2014^n + 2015^n + 2016^n + 2017^n + 2018^n + 2019^n$ ，其中 n 為一正整數。
若 S 未能被 5 整除，求 S 的個位數。

3. In Figure 2, four circles of radii 8, 5, 5 and r are touching each other externally. Find the value of r .
 在圖二中，四個半徑分別為 8、5、5 及 r 的圓互相外切。求 r 的值。

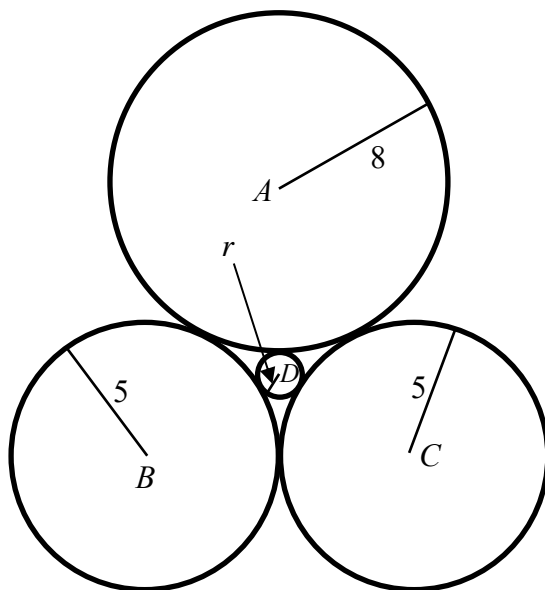


Figure 2

圖二

4. Given that a , b , c , d and e are consecutive positive integers, where $a < b < c < d < e$. If $a+b+c+d+e$ is a perfect cube and $b+c+d$ is a perfect square, find the smallest possible value of c .

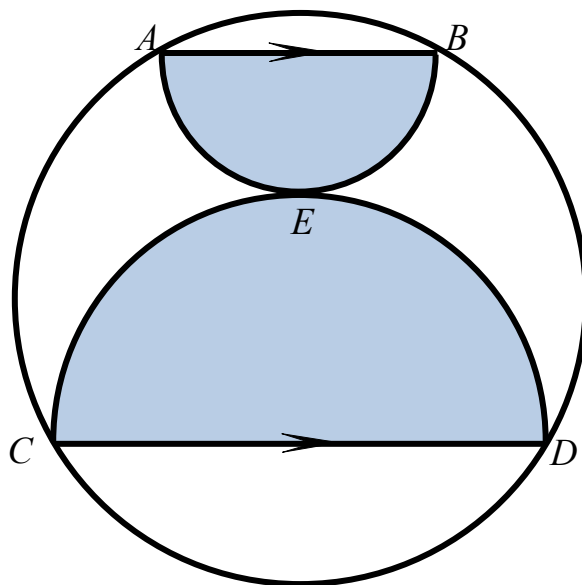
已知 a 、 b 、 c 、 d 及 e 是連續正整數，其中 $a < b < c < d < e$ 。若 $a+b+c+d+e$ 是一個立方數及 $b+c+d$ 是一個平方數，求 c 的最小可能值。

Part B

乙部

5. $ABCD$ is a circle while ABE and CED are semi-circles. Given the area of circle is 1 cm^2 and $AB \parallel CD$, find the sum of the area of the semi-circles ABE and CED .

$ABCD$ 是圓形而 ABE 及 CED 為半圓形。已知圓面積為 1 cm^2 及 $AB \parallel CD$ ，求半圓形 ABE 及 CED 的面積之和。



6. If $d = \log_2(\sqrt{2^2 + 2^{1013} + 2^{2022}} - 2)$, find the value of d .

如果 $d = \log_2(\sqrt{2^2 + 2^{1013} + 2^{2022}} - 2)$ ，求 d 的值。

7. Find the value of $\sqrt{10000 \times 10002 \times 10004 \times 10006 + 16}$.

求 $\sqrt{10000 \times 10002 \times 10004 \times 10006 + 16}$ 的值。

完
END